

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа № 16  
города Невинномысска Ставропольского края

<p>«Согласовано» Руководитель МО  / Т.А. Жуйко Протокол № 1 от «27» августа 2021 г.</p>	<p>«Согласовано» Заместитель директора по УВР  / С.Н. Яковенко «27» августа 2021 г.</p>	<p>«Утверждено» Директор МБОУ СОШ № 16  / Т.А. Александрова Приказ № 225 от «27» августа 2021 г.</p> 
--	---	---

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Элективного курса «ПРАКТИКУМ ПО МАТЕМАТИКЕ»  
Математика, 10-11 класс

г. Невинномысск  
2021-2024 учебный год

## Пояснительная записка

Рабочая программа элективного курса «Практикум по математике» составлена на основе авторской программы А.Н. Землякова элективного курса «Алгебра+: рациональные и иррациональные алгебраические задачи» (М.: «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2012 г.).

Курс «Практикум по математике» систематизирует и упорядочивает, закрепляет и углубляет знания, умения и навыки учащихся в области элементарной алгебры. Речь идет о линии математического образования, направленной на обучение умениям решать уравнения, неравенства, системы с переменными, неизвестными.

*Систематизация и упорядочение* основывается на логической структуре этой области математики и на следующей классификации алгебраических задач по их логическому строению:

- элементарные алгебраические задачи: уравнения, неравенства;
- сложносоставные задачи: системы уравнений и неравенств, их совокупности, совокупности систем и т.д.;
- логические задачи: анализ вопросов о существовании или единственности решений, о числе решений в зависимости от параметров, о следовании или эквивалентности задач с параметрами.

*Закрепление и углубление знаний* учащихся, полученных в курсе алгебры основной школы, основывается на систематизации задач в соответствии с типами выражений, функций, фигурирующих в задачах (рациональных и иррациональных, алгебраических, тригонометрических, показательных, логарифмических) и, на методах и приемах решения задач (переход к следствиям, равносильные преобразования, методы замены и разложения, функциональные методы, геометрические интерпретация, графическая интерпретация и др.

Данный курс сосредотачивается на *рациональных и иррациональных алгебраических задачах*. Это первый и необходимый этап обучения *методам решения алгебраических задач*, в том числе и трансцендентных (тригонометрических, показательных, логарифмических, смешанных).

Задача курса состоит в том, чтобы определенную часть умений учащихся довести до уровня навыков, но навыков осознанных, основывающихся на должном уровне компетентности учащихся, достигаемом не за счет только тренинга, «натаскивания», а благодаря именно систематичности и «методологичности» обучения методам решения задач от среднего до высокого уровня сложности. С этой точки зрения курс имеет сугубо утилитарную направленность на подготовку учащихся к продолжению образования в вузах с повышенными требованиями к математической подготовке выпускников средней школы.

По мере возможности и необходимости традиционные вопросы элементарной математики раскрываются с точки зрения высшей. Таковы алгебраические подходы к решениям таких задач, как упрощение и разложение уравнений, неравенств, использование однородности и симметрии при решении уравнений, систем, монотонности и ограниченности для исследования уравнений, неравенств, систем, привлечение производной к анализу и решению задач с параметрами и т.д.

### **Основной целью изучения курса является:**

1. Систематизация и углубление знаний, закрепление и упрочнение умений, необходимых для продолжения образования в вузах с повышенными требованиями к математическому образованию выпускников средней школы.  
В то же время курс направлен на достижение следующих целей:
2. Получение общего представления об элементарной алгебре и применяемых в ней методах как о составляющей всей математики как науки.

3. Развитие логической и методологической (в узком смысле) культуры, составляющей существенный компонент культуры мышления, рассматриваемый в рамках общей культуры.
4. Овладение общими приемами организации действий: планированием, осуществлением плана, анализом и выражение результатов действий.
5. Получение представления об универсальном характере математических методов, о тесной взаимосвязи элементарной алгебры с высшей математикой: арифметикой, алгеброй, математическим анализом: о единстве математики в целом.
6. Развитие внутренней мотивации и поисковой активности в предметной деятельности, формирование устойчивого и осознанного интереса к ней.

При изучении курса «Рациональные и иррациональные алгебраические задачи» перед учащимися ставятся следующие **конкретные задачи**:

- получение знаний об основных логических и содержательных типах алгебраических задач: уравнений, неравенств, систем, совокупностей с рациональными, иррациональными функциями, выражениями; овладение навыками соответствующих алгебраических преобразований выражений и логических преобразований алгебраических задач;
- овладение логическими, аналитическими, графическими методами решения алгебраических задач с изучаемыми классами выражений и функций;
- освоение методов решения и исследования вычислительных и логических задач с параметрами;
- получение конкретного представления о взаимосвязях высшей математики (арифметики, алгебры, математического анализа) с элементарной алгеброй на основе использования методов высшей математики при исследовании и решении алгебраических задач.

### **Требования к уровню подготовки учащихся** **Образовательные результаты** **(планируемые результаты обучения)**

#### **Предметные знания.**

Алгебраические задачи: уравнения, неравенства с переменными, системы, совокупности. Множества решений. Следование и равносильность задач.

Общее понятие задачи с параметрами. Суждения существования и всеобщности, кванторы. Логические задачи с параметрами. Координатная интерпретация задач с параметрами.

Многочлены и действия над ними. Деление с остатком, алгоритмы деления. Теорема Безу. Разложимые многочлены. Кратные корни. Число корней многочлена. Система и теорема Виета.

Элементы перечислительной комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения, перестановки с повторениями. Формула Ньютона для степени бинома. Треугольник Паскаля.

Многочлены низших степеней (от второй до четвертой). Поиск корней и разложений. Теоремы Виета для квадратичных и кубических многочленов (уравнений). Формула Кардано-Тарталья,

Рациональные и иррациональные уравнения и неравенства. Методы замены и разложения. Метод интервалов, Метод эквивалентных переходов. Метод сведения к системам. Метод оценок. Использование монотонности. Схемы решения задач с модулями. Неравенства с двумя переменными - координатная интерпретация. Метод областей.

Уравнения и системы с несколькими переменными. Основные методы решения рациональных алгебраических систем с двумя переменными: подстановка, исключение

переменных, замена, разложение, использование симметричности и ограниченности, оценок и монотонности. Системы с тремя переменными - основные методы.

Алгебраические задачи с параметрами. Основные методы решения и исследования: аналитический и координатный (метод «Оха»).

История алгебры как науки о выражениях и уравнениях (Кардано, Виет, Декарт, Ферма, Эйлер и др.).

**Предметные умения**, которыми должны овладеть учащиеся по изучении данного курса:

- умение проводить логически грамотные преобразования выражений и эквивалентные преобразования алгебраических задач (уравнений, неравенств, систем, совокупностей);
- умение использовать основные методы при решении алгебраических задач с различными классами функций (рациональными и иррациональными алгебраическими), в том числе: методы замены, разложения, подстановки, эквивалентных преобразований, использования симметрии, однородности, оценок, монотонности;
- умение понимать и правильно интерпретировать задачи с параметрами, логические задачи;
- умение применять изученные методы исследования и решения задач с параметрами: аналитический и координатный.

**Общентеллектуальные умения:**

- умение анализировать различные задачи и ситуации, выделять главное, достоверное в той или иной информации;
- владение логическим, доказательным стилем мышления, умение логически обосновывать свои суждения;
- умение конструктивно подходить к предлагаемым задачам;
- умение планировать и проектировать свою деятельность, проверять и оценивать ее результаты.

**Общекультурные компетенции:**

- понимание элементарной математики как неотъемлемой части математики, методы которой базируются на многих разделах математики высшей;
- понимание роли элементарной математики в развитии математики, роли математиков в развитии современной элементарной математики;
- восприятие математики как развивающейся фундаментальной науки, являющейся неотъемлемой составляющей науки, цивилизации, общечеловеческой культуры во взаимосвязи и взаимодействии с другими областями мировой культуры.

Весь материал курса сохранен, увеличено количество часов на изучение отдельных глав, добавлен раздел на повторение и решение интересных задач единого государственного экзамена. Курс рассчитан на 68 часов (34 ч в 10 классе и 34 ч – в 11 классе). В программу курса добавлен раздел «Смешанные задачи» (10 часов). Тесная связь курса с основными курсами алгебры и начал анализа дает возможность компактного изучения данного курса. Многие вопросы, предусмотренные программой, фактически сводятся к повторению, закреплению уже известного материала, они могут быть изложены сжато. И на базе этого в рамках лекционно-семинарской системы проведения занятий (т.е. при постоянном активном соучастии школьников, во взаимно активном диалоге) учащиеся знакомятся с новыми методами, типами задач, новыми взглядами на уже пройденное, учатся использовать методы высшей арифметики (теории чисел), алгебры (теории многочленов) и математического анализа (дифференциального исчисления) при решении задач элементарной математики.

### Тематическое планирование курса

№ п/п	Наименование разделов, тем	Автор	Добавлено	Всего часов	В том числе		
					Лекция	Практика	Тренировка
1	Логика алгебраических задач	6	-	6	1	2	3
2	Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения	12	3	15	2	4	9
3	Рациональные алгебраические уравнения и неравенства.	6	3	9	1	2	6
4	Повторение	-	3	3	-	-	3
5	Итоговая проверочная работа	-	1	1	-	1	-
6	Рациональные алгебраические системы	11	1	12	2	4	6
7	Иррациональные алгебраические системы	9	1	10	2	4	4
8	Повторение. Смешанные задачи	-	10	10	-	3	7
9	Итоговая проверочная работа	-	2	2	-	2	-
	Итого	44	24	68	8	22	38

### Содержание обучения. Курс 10 класса

#### ***Тема 1. Логика алгебраических задач - 6ч***

- Элементарные алгебраические задачи как предложения с переменными.
- Множество решений задачи. Следование и равносильность (эквивалентность) задач.
- Уравнения с переменными. Числовые неравенства и неравенства с переменной. Свойства числовых неравенств.
- Сложные (составные) алгебраические задачи. Конъюнкция и дизъюнкция предложений. Системы и совокупности задач.
- Алгебраические задачи с параметрами.
- Логические задачи с параметрами. Задачи на следование и равносильность.
- Интерпретация задач с параметрами на координатной плоскости.

#### ***Тема 2. Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения - 15ч***

- Представление о целых рациональных алгебраических выражениях. Многочлены над полями  $I, Q$  и над кольцом  $Z$ . Степень многочлена. Кольца многочленов.
- Делимость и деление многочленов с остатком. Алгоритмы деления с остатком.
- Теорема Безу. Корни многочленов. Следствия из теоремы Безу: теоремы о делимости на двучлен и о числе корней многочленов. Кратные корни.
- Полностью разложимые многочлены и система Виета. Общая теорема Виета.
- Элементы перечислительной комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения, перестановки с повторениями. Формула Ньютона для степени бинома. Треугольник Паскаля.
- Квадратный трехчлен: линейная замена, график, корни, разложение, теорема Виета.
- Квадратичные неравенства: метод интервалов и схема знаков квадратного трехчлена.

- Кубические многочлены. Теорема о существовании корня у полинома нечетной степени. Угадывание корней и разложение.
  - Куб суммы, разности. Линейная замена и укороченное кубическое уравнение.
  - Графический анализ кубического уравнения  $x^3 + Ax = B$ . Неприводимый случай (три корня).
  - Уравнения степени 4. Биквадратные уравнения. Представление о методе замены.
  - Линейная замена, основанная на симметрии. Угадывание корней. Разложение. Метод неопределенных коэффициентов.
  - Полиномиальные уравнения высших степеней. Понижение степени заменой и разложением. Теоремы о рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами.
  - Приемы установления иррациональности и рациональности чисел.
- Тема 3. Рациональные алгебраические уравнения и неравенства – 9 ч**
- Представление о рациональных алгебраических выражениях.
  - Симметрические, кососимметрические и возвратные многочлены и уравнения.
  - Дробно-рациональные алгебраические уравнения. Общая схема решения.
  - Метод замены при решении дробно-рациональных уравнений.
  - Дробно-рациональные алгебраические неравенства. Общая схема решения методом сведения к совокупностям систем.
  - Метод интервалов решения дробно-рациональных алгебраических неравенств.
  - Метод оценки. Использование монотонности. Метод замены при решении неравенств.
  - Неравенства с двумя переменными. Множества решений на координатной плоскости. Стандартные неравенства. Метод областей.

### **Содержание обучения. Курс 11 класса**

#### **Тема 4. Рациональные алгебраические системы - 12ч**

- Уравнения с несколькими переменными. Рациональные уравнения с двумя переменными. Однородные уравнения с двумя переменными.
- Рациональные алгебраические системы. Метод подстановки. Метод исключения переменной. Равносильные линейные преобразования систем.
- Однородные системы уравнений с двумя переменными.
- Замена переменных в системах уравнений.
- Симметрические выражения от двух переменных. Рекуррентное представление сумм степеней через элементарные симметрические многочлены (от двух переменных).
- Системы Виета и симметрические системы с двумя переменными.
- Метод разложения при решении систем уравнений.
- Методы оценок и итераций при решении систем уравнений.
- Оценка значений переменных.
- Сведение уравнений к системам.
- Системы с тремя переменными. Основные методы.
- Системы Виета с тремя переменными.

#### **Тема 5. Иррациональные алгебраические задачи – 10ч**

- Представление об иррациональных алгебраических функциях. Понятия арифметических и алгебраических корней. Иррациональные алгебраические выражения и уравнения.
- Уравнения с квадратными радикалами. Замена переменной. Замена с ограничениями.
- Неэквивалентные преобразования. Сущность проверки.
- Метод эквивалентных преобразований уравнений с квадратными радикалами.
- Сведение иррациональных и рациональных уравнений к системам.

- Освобождение от кубических радикалов.
- Метод оценки. Использование монотонности. Использование однородности.
- Иррациональные алгебраические неравенства. Почему неравенства с радикалами сложнее уравнений.
- Эквивалентные преобразования неравенств. Стандартные схемы освобождения от радикалов в неравенствах (сведение к системам и совокупностям систем).
- «Дробно-иррациональные» неравенства. Сведение к совокупностям систем.
- Теорема о промежуточном значении непрерывной функции. Определение промежутков знакопостоянства непрерывных функций. Метод интервалов при решении иррациональных неравенств.
- Замена при решении иррациональных неравенств.
- Использование монотонности и оценок при решении неравенств.
- Уравнения с модулями. Раскрытие модулей — стандартные схемы. Метод интервалов при раскрытии модулей.
- Неравенства с модулями. Простейшие неравенства. Схемы освобождения от модулей в неравенствах.
- Эквивалентные замены разностей модулей в разложенных и дробных неравенствах («правило знаков»).
- Иррациональные алгебраические системы. Основные приемы.
- Смешанные системы с двумя переменными.

#### ***Повторение. Смешанные задачи-10ч***

- Простейшие тригонометрические уравнения. Основные методы решения тригонометрических уравнений (замена, разложение, координатный метод).
- Тригонометрические неравенства. Системы тригонометрических уравнений (основные приемы и методы решения).
- Показательные и логарифмические уравнения. Логарифмирование, потенцирование, замена. Уравнения смешанного типа.
- Показательные и логарифмические неравенства. Основные приемы и методы решения.
- Тригонометрические, показательные и логарифмические функции в задачах с параметрами. Методы замены, координат, сечений.

#### **Формы и средства контроля**

Контроль знаний осуществляется в форме письменных контрольных работ, тестов и самостоятельных работ.

Для проведения проверочных работ используются методическое пособие «Алгебра +: рациональные и иррациональные алгебраические задачи. Элективный курс: методическое пособие /А.Н.Земляков.- М.: БИНОМ. Лаборатория знаний.2011»

#### **Учебно-методический комплекс:**

1. Алгебра+: рациональные и иррациональные алгебраические задачи. Элективный курс: Методическое пособие / А.Н. Земляков. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. -118с.: ил.
2. Алгебра+: рациональные и иррациональные алгебраические задачи. Элективный курс: Учебное пособие / А.Н. Земляков. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. - 319с. ил.

**Календарно-тематическое планирование  
10 класс**

№ урока	Тема	Количество часов	Дата план	Дата факт
<b><i>Тема 1. Логика алгебраических задач - 6ч</i></b>				
1	Элементарные алгебраические задачи как предложения с переменными. Множество решений задачи. Следование и равносильность задач.	1		
2	Уравнения с переменными. Числовые неравенства и неравенства с переменной. Свойства числовых неравенств.	1		
3	Сложные (составные) алгебраические задачи. Конъюнкция и дизъюнкция предложений. Системы и совокупности задач.	1		
4	Алгебраические задачи с параметрами.	1		
5	Логические задачи с параметрами. Задачи на следование и равносильность.	1		
6	Интерпретация задач с параметрами на координатной плоскости.	1		
<b><i>Тема 2. Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения - 15ч</i></b>				
7	Представление о целых рациональных алгебраических выражениях. Многочлены над полями I, Q и над кольцом Z. Степень многочлена. Кольца многочленов.	1		
8	Делимость и деление многочленов с остатком. Алгоритмы деления с остатком.	1		
9	Теорема Безу. Корни многочленов. Следствия из теоремы Безу: теоремы о делимости на двучлен и о числе корней многочленов. Кратные корни.	1		
10	Полностью разложимые многочлены и система Виета. Общая теорема Виета.	1		
11	Элементы перечислительной комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения, перестановки с повторениями.	1		
12	Формула Ньютона для степени бинома. Треугольник Паскаля.	1		
13	Квадратный трехчлен: линейная замена, график, корни, разложение, теорема Виета.	1		
14	Квадратичные неравенства: метод интервалов и схема знаков квадратного трехчлена.	1		
15	Кубические многочлены. Теорема о существовании корня у полинома нечетной степени. Угадывание корней и разложение.	1		
16	Куб суммы, разности. Линейная замена и укороченное кубическое уравнение.	1		
17	Графический анализ кубического уравнения $x^3 + Ax = B$ . Неприводимый случай (три корня).	1		
18	Уравнения степени 4. Биквадратные уравнения. Представление о методе замены.	1		
19	Линейная замена, основанная на симметрии. Угадывание корней. Разложение. Метод неопределенных	1		

	коэффициентов.			
20	Полиномиальные уравнения высших степеней. Понижение степени заменой и разложением. Теоремы о рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами.	1		
21	Приемы установления иррациональности и рациональности чисел.	1		
<b>Тема 3. Рациональные алгебраические уравнения и неравенства – 9 ч</b>				
22	Представление о рациональных алгебраических выражениях.	1		
23	Симметрические, кососимметрические и возвратные многочлены и уравнения.	1		
24	Дробно-рациональные алгебраические уравнения. Общая схема решения.	1		
25	Метод замены при решении дробно-рациональных уравнений.	1		
26	Дробно-рациональные алгебраические неравенства. Общая схема решения методом сведения к совокупностям систем.	1		
27	Метод интервалов решения дробно-рациональных алгебраических неравенств.	1		
28	Метод оценки. Использование монотонности. Метод замены при решении неравенств.	1		
29	Неравенства с двумя переменными. Множества решений на координатной плоскости.	1		
30	Стандартные неравенства. Метод областей.	1		
<b>Повторение – 4 ч</b>				
31	Решение алгебраических уравнений и неравенств	1		
32	Решение алгебраических уравнений и неравенств	1		
33	Решение алгебраических уравнений и неравенств	1		
34	Итоговая проверочная работа	1		

**Календарно-тематическое планирование  
11 класс**

№ урока	Тема	Количество часов	Дата план	Дата факт
<b>Тема 4. Рациональные алгебраические системы - 12ч</b>				
1	Уравнения с несколькими переменными. Рациональные уравнения с двумя переменными. Однородные уравнения с двумя переменными.	1		
2	Рациональные алгебраические системы. Метод подстановки. Метод исключения переменной. Равносильные линейные преобразования систем.	1		
3	Однородные системы уравнений с двумя переменными.	1		
4	Замена переменных в системах уравнений.	1		
5	Симметрические выражения от двух переменных. Рекуррентное представление сумм степеней через элементарные симметрические многочлены (от двух переменных).	1		
6	Системы Виета и симметрические системы с двумя переменными.	1		
7	Метод разложения при решении систем уравнений.	1		
8	Методы оценок и итераций при решении систем уравнений.	1		
9	Оценка значений переменных.	1		
10	Сведение уравнений к системам.	1		
11	Системы с тремя переменными. Основные методы.	1		
12	Системы Виета с тремя переменными.	1		
<b>Тема 5. Иррациональные алгебраические задачи – 10ч</b>				
13	Представление об иррациональных алгебраических функциях. Понятия арифметических и алгебраических корней. Иррациональные алгебраические выражения и уравнения.	1		
14	Уравнения с квадратными радикалами. Замена переменной. Замена с ограничениями.	1		
15	Неэквивалентные преобразования. Сущность проверки. Метод эквивалентных преобразований уравнений с квадратными радикалами.	1		
16	Сведение иррациональных и рациональных уравнений к системам.	1		
17	Освобождение от кубических радикалов. Метод оценки. Использование монотонности. Использование однородности.	1		
18	Иррациональные алгебраические неравенства. «Дробно-иррациональные» неравенства. Сведение к совокупностям систем. Метод интервалов при решении иррациональных неравенств.	1		
19	Уравнения с модулями. Раскрытие модулей — стандартные схемы. Метод интервалов при раскрытии	1		

	модулей.			
20	Неравенства с модулями. Простейшие неравенства. Схемы освобождения от модулей в неравенствах. Эквивалентные замены разностей модулей в разложенных и дробных неравенствах («правило знаков»).	1		
21	Иррациональные алгебраические системы. Основные приемы. Смешанные системы с двумя переменными.	1		
<b><i>Повторение. Смешанные задачи-10ч</i></b>				
22	Простейшие тригонометрические уравнения. Основные методы решения тригонометрических уравнений (замена, разложение, координатный метод).	1		
23	Простейшие тригонометрические уравнения. Основные методы решения тригонометрических уравнений (замена, разложение, координатный метод).	1		
24	Тригонометрические неравенства. Системы тригонометрических уравнений (основные приемы и методы решения).	1		
25	Тригонометрические неравенства. Системы тригонометрических уравнений (основные приемы и методы решения).	1		
26	Показательные и логарифмические уравнения. Логарифмирование, потенцирование, замена. Уравнения смешанного типа.	1		
27	Показательные и логарифмические уравнения. Логарифмирование, потенцирование, замена. Уравнения смешанного типа.	1		
28	Показательные и логарифмические неравенства. Основные приемы и методы решения.	1		
29	Показательные и логарифмические неравенства. Основные приемы и методы решения.	1		
30	Тригонометрические, показательные и логарифмические функции в задачах с параметрами. Методы замены, координат, сечений.	1		
31	Тригонометрические, показательные и логарифмические функции в задачах с параметрами. Методы замены, координат, сечений.	1		
32-34	Итоговая проверочная работа	3		